



Redactioneel¹

- HF's werken aan onderwijs -

Dat 17 september 2005 een bijzondere dag is voor al degenen die het wiskundeonderwijs een warm hart toedragen, zal weinigen ontgaan zijn. Op deze dag herdenken we dat professor Hans Freudenthal honderd jaar geleden werd geboren. Dit was aanleiding om te reflecteren op de betekenis die professor Freudenthal voor het reken- en wiskundeonderwijs kan worden toegekend. Wat is er mooier dan die reflecties in een speciale uitgave op te schrijven? Een uitgave waaraan veel auteurs hebben bijgedragen, met veelal persoonlijke herinneringen aan Freudenthal, maar ook auteurs die hem niet kennen, die Freudenthals werken nauwkeurig hebben bestudeerd en onder de indruk zijn geraakt van zijn creativiteit en eruditie.

Met enige trots presenteren wij daarom deze speciale uitgave van twee tijdschriften, 'Nieuwe Wiskrant' en 'Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk', die deze bundel gezamenlijk totstandbrachten.²

Zoals gezegd, veel auteurs, uit binnen- en buitenland, belichten in hun bijdrage de relatie die zij met het onderwijskundige werk van Freudenthal voor het reken- en wiskundeonderwijs hebben. Ieder neemt een ander aspect voor zijn of haar rekening. En door al die stukken tezamen zou men Freudenthal kunnen 'horen'. In zijn autobiografisch boek 'Knipsels uit een leven', met de titel 'Schrijf dat op, Hans', zegt hij op een gegeven moment:

Wanneer ik stukken lees van mensen die ik ken, hoor ik hun stem.

Horen wij de stem van Freudenthal in onze herinnering of door zijn geschriften te lezen? Zijn stem horen is een, zijn gedachten volgen en hem goed begrijpen, is twee. Bij het bestuderen van de vele artikelen en boeken van zijn hand raken we niet zelden onder de indruk, door de rijkdom van zijn gedachten, zijn bijzondere kijk op veel zaken of het mooie proza dat hij schreef:

Ik vertel verhalen, omdat ik hoop dat anderen ze onthouden en aan het nageslacht doorgeven - een ijdele hoop. Verhalen over mezelf, maar meestal over anderen. En dan gebeurt het telkens weer dat iemand zegt: 'Schrijf dat op, Hans!' ...

Het zijn niet anders dan 'knipsels uit een leven'. Maar

over het effect van wat hij schreef en wat hij ermee beoogde, was hij zelf niettemin soms onzeker. Hij wilde goed begrepen worden, maar wist ook dat zijn schrijfsels vaak anders werden geïnterpreteerd dan bedoeld:

Het is niet eenvoudig te tonen zoals je bent, vooral als je helemaal niet zo bent.

Hij noemde zichzelf een *enfant terrible*. Freudenthal wist dat hij aan de weg timmerde en wilde dat zijn boeken en artikelen effect zouden sorteren, maar ook dat maakte hem niet zelden onzeker.

Deed hij er wel goed mee? Geldt het volgende citaat uit de autobiografie, waarmee Freudenthal het hoofdstuk over onderwijs afsluit en dat slaat op zijn poging om de lerarenopleidingen voor de universiteiten te behouden, wellicht ook voor ander werk waarmee hij zijn idealen probeerde te verwezenlijken?

Ja, ik was een tamboer, maar dan voor dovemansoren. (...) Nee, ik was geen goede tamboer. Een goede tamboer gaat niet diep in de nacht, maar in de ochtend trommelen - als het tijd is om op te staan. Maar ik denk niet dat ik er spijt van heb. Een *enfant terrible* hoort trots op zijn ondeugden te zijn.

Hoe is Freudenthal, als wiskundige opgeleid aan de universiteit van Berlijn en naar Nederland gehaald om wiskunde te doceren, zo diep betrokken geraakt bij het reken- en wiskundeonderwijs? Verschillende schrijvers van artikelen in deze bundel tippen deze interessante vraag aan. Het antwoord vinden we vooral in 'Schrijf dat op, Hans'. Het betreft een weg die Freudenthal gedurende meer dan een half leven lang heeft afgelegd en die verschillende bakens heeft gekend. We gaan er op een viertal in. Hij schrijft, op pagina 336, dat die weg niet eenvoudig te reconstrueren is:

Ik heb vanaf het begin van mijn verblijf in Nederland mijn kritiek op het Nederlandse wiskundeonderwijs niet onder stoelen en banken gestoken, al bleven het onderonsjes (met collega's en studenten; toevoeging red.).

Dat is het eerste baken. Dan komen de oorlogsjaren die zo belangrijk blijken te worden in Freudenthals wiskundeonderwijskundige ontwikkeling (pag.337):

Iets anders dat ik heb neergeschreven en niet gepubliceerd - trouwens niet eens voltooid - was een rekendidactiek.

Het manuscript - 103 bladzijden folio getypt en wat niet-getypte die zoek geraakt zijn - moet uit 1942 dateren.

Hij schreef dit manuscript om twee van zijn kinderen te kunnen helpen met hun leren rekenen. Dit manuscript is als tweede baken te beschouwen.

Het derde baken in zijn ontwikkeling gaat over zijn participatie in de Wiskundewerk-gemeenschap voor Vernieuwing van Opvoeding en Onderwijs (WVO), vlak na de oorlog. We volgen de tekst van Freudenthal (pag.337-338) in zijn reflectie op de gebeurtenissen:

Een zwak idee van wat eigenlijk 'Rekendidactiek' behelst zou hebben, geeft het - eveneens niet gepubliceerde - manuscript van een lezing, 'Opvoeding tot denken', die ik op de eerste conferentie van de Werkgemeenschap van Opvoeding en Onderwijs (WVO) na de oorlog, in augustus 1945, op Rhederoord heb gehouden - nu, veertig jaar later, houd ik er op een enkel fundamenteel punt - speciaal wat het leren van de grondbewerkingen betreft - een andere mening op na. Aan de andere kant, in het manuscript bladerend, vind ik veel van mijn tegenwoordige opvattingen terug. Soms tot mijn eigen verbazing.

Als we willen weten welke standpunten Freudenthal toen huldigde en veertig jaar later nog kon onderschrijven, wordt een tipje van de sluier in de aansluitende tekst van hem opgelicht (pag.338):

Ik beschouwde het toen bij voorbeeld al als een averechts idee het klassikale onderwijs te vervangen door individueel onderwijs, zoals de Montessorianen deden; ik had toen al mijn zinnen gezet op onderwijs in kleine groepen ...

Freudenthal neemt hiermee een positie in die indruist tegen de 'modieuze' trend in de onderwijskunde, zoals hij tegen zoveel fulmineert wat uit die hoek het onderwijs binnenwaait. Hij heeft die veronderstelde bijdrage van de onderwijskunde aan het onderwijs later vaak 'lege dozen' genoemd (pag.338):

Op mijn scepticisme ten aanzien wat psychologie en algemene didactiek en methodenleer tot de rekendidactiek konden bijdragen, hoef ik heden nog geen fundamentele correctie aan te brengen (op de gedachten die hij in zijn lezing van 1945 uitsprak; toevoeging red.), van het voordeel van de twijfel dat ik toen nog aan de toetsontwikkeling wilde toekennen, is alleen de twijfel overgebleven.

Verder dan deze, vrij algemeen geformuleerde kritiek, gaat Freudenthal echter als hij de cognitieve ontwikkeling van kinderen beschrijft zoals hij die ziet (pag.338):

In het manuscript van 1942 keer ik me bij voorbeeld tegen degenen die in het onderwijs de cognitieve ontwikkeling willen vervangen door een cognitieve volgorde, preciezer: door die cognitieve volgorde die uit hun eigen (logische) analyse voortvloeit. Het lijkt of ik toen vooruit liep op mijn kritiek op Piaget (...), maar ook mijn kritiek op de New Math.

De voorstanders van New Math waren nog radicaler dan degenen die ik in mijn manuscript van 1942 bestreed.

Ze stelden immers dat de structuur der wiskunde- en dat was dan de door Bourbaki uitgelijnde - ook de structuur van het onderwijs moest bepalen.

Freudenthals activiteiten in deze Wiskunde Werkgroep van de wvo zijn zonder twijfel cruciaal voor zijn ontwikkeling als wiskunde-onderwijskundige. Zelf steekt hij dat niet onder stoelen of banken. Hij noemt deze werkgroep bij herhaling 'mijn hogeschool van de wiskunde-onderwijskunde'.

Het vierde baken in Freudenthals leven als wiskunde-onderwijskundige strekt zich over ettelijke jaren uit. Ze start met de instelling van de Commissie Modernisering Leerplan Wiskunde (CMLW) in 1961, aanvankelijk bedoeld om leerplannen voor het voortgezet onderwijs - met de Mammoetwet rigoureuus op de schop genomen - samen te stellen. De instelling van de CMLW werd door de politiek gesteund en financieel mogelijk gemaakt. Freudenthal werd al snel bij het werk van de CMLW betrokken, hoewel hij aanvankelijk sceptisch stond ten opzichte van haar opdracht. In zijn autobiografie schrijft hij erover dat hij - en anderen - zich er aanvankelijk door overrompeld voelde (pag.351).

Auteursgroepen die in het buitenland hun licht hadden opgestoken, waren ons te vlug af geweest. Voor de leerplannen er kwamen, waren ze al geïnterpreteerd. Een beetje New Math, niet veel, maar toch té veel en in elk geval gespeend van elke relatie met de realiteit, van elk inzicht in de dienende taak van de wiskunde. Had het anders gekund? Misschien wel, als we enkele jaren respijt hadden gehad. De spoed van toen heeft ons vijftien tot twintig jaar gekost. Het nieuwe bleek praktisch van begin af aan mis.

Als het nog niet duidelijk was geworden, dan wordt het nu overduidelijk: Freudenthal acht invoering van de 'New Math' een ramp voor het onderwijs. Dit wordt een van de thema's die hij in die jaren erna veelvuldig bespeelt, een thema dat mede aan de wieg van het Instituut voor Ontwikkeling van het Wiskundeonderwijs (IOWO, 1971-1980) heeft gestaan. In diverse bijdragen in deze bundel worden deze gebeurtenissen aan de orde gesteld en wordt er gememoreerd aan het feit dat Freudenthal hier niet in z'n eentje heeft geopereerd. Ook de inspanningen van bijvoorbeeld Wijdeveld en Goffree zijn onmisbaar voor de oprichting van het IOWO geweest. Maar niettemin: het was Freudenthal die al in het begin van de jaren zestig de noodklok over het Nederlandse wiskundeonderwijs luidde en het zo mede mogelijk maakte dat er in ons land een geheel nieuwe ontwikkeling in gang werd gezet, die zou worden aangestuurd door een speciaal instituut voor de ontwikkeling van het reken- en wiskundeonderwijs: het IOWO.

De oprichting van dit instituut werd door de CMLW sterk bevorderd. In de commissie werd bepleit dat ook het onderwijs in het rekenen van de lagere school bij de ver-

nieuwung werd betrokken. Zo gebeurde het ook, al had de oprichting van het IOWO de nodige voeten in aarde. In de zomer van 1971 kon het IOWO van start gaan. In zijn bijdrage in deze bundel vertelt Wijdeveld hoe dit in z'n werk is gegaan.

We komen dan bij het laatste wapenfeit van betekenis van Freudenthal: zijn rol in het IOWO, waar hij in de eerste jaren - tot 1975 - zowel hoogleraar-directeur als boegbeeld van was. Met een team dat hem stimuleerde en dat in grote lijnen voor dezelfde richting als hijzelf koos, ging Freudenthal aan de slag, veelal als gelijkwaardig lid van het team, soms als initiator, als tamboer op de grote trom of zelfs op zijn knieën, met name als het om het observeren van leerprocessen van leerlingen ging. Freudenthal gaf soms de grote lijn aan, maar werd soms ook in de gewenste richting geduwd. De grote lijn had hij, zoals gezegd, eerder ontwikkeld, in meer dan een half werkzaam leven. De duwtjes die hij van zijn collega's kreeg, gaven hem nieuwe kracht en boden hem nieuwe inzichten. Hij 'ging op z'n knieën' om kinderen te observeren en met ze te praten over reken-wiskundeonderwijs, zoals in de ontwerpschool van Wiskobas in Arnhem, en later in de ontwerp-opleiding voor leraren basisonderwijs in Gorcum. Maar de eerste contouren van, laten we zeggen, zijn ideaal van reken-wiskundeonderwijs, werden al in 1942 zichtbaar, zo leren we uit zijn autobiografie.

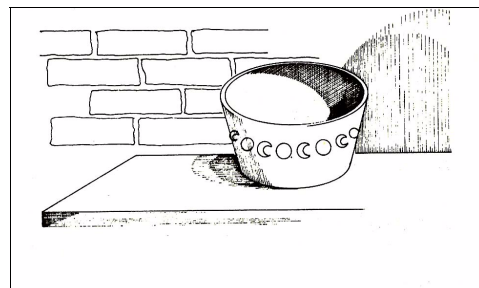
We zijn natuurlijk benieuwd naar dat ideaalbeeld. Wat beoogde Freudenthal eigenlijk? Waar streefde hij naar? Welke de elementen waren voor hem essentieel? Is er wel sprake van een grote lijn, van 1942 tot zijn overlijden op 13 oktober 1990? Het lijkt zo te zijn als we zijn biografie lezen, maar het is realistischer om vast te stellen dat Freudenthal vanaf zijn eerste, prille aanzet in 1942, en misschien al van daarvoor, een ontwikkeling doormaakte, die uiteindelijk leidde tot de persoon die wij ons nu herinneren. Freudenthal integreerde met andere woorden de gebeurtenissen in de wiskunde-onderwijskundige wereld in zijn denken, zoals iedereen dat zou doen, en zag daarmee bepaalde zaken steeds weer anders, soms ook scherper. We krijgen een indruk van deze ontwikkeling uit de verschillende bijdragen die in deze bundel zijn opgenomen. Ons zal dan, naast alle overeenkomsten die er uit de artikelen spreken, ook de diversiteit opvallen. In hun totaliteit bieden ze een aardig beeld van Freudenthals ontwikkeling en zijn denken. Om het antwoord te geven op de vraag welke essentiële elementen in Freudenthals geschriften vaak terug komen, zullen we enkele zaken aanstippen.

In de eerste plaats moeten we de vraag aan de orde stellen wat de invloed van Freudenthal eigenlijk is geweest. We hebben in het voorgaande gezien dat hij daar zelf bij tijd en wijle erg onzeker over was. In persoonlijke contacten komt bijvoorbeeld een andere Freudenthal naar voren

dan uit zijn schrijfsels en geschriften. We zouden hier eigenlijk aan toe moeten voegen: 'zoals dat wellicht in wezen voor ieder mens geldt'. In persoonlijke communicatie met hem ging het zelden of nooit over 'grote lijnen'. Hij was, zo leek het, meer in problemen van micro-didactische aard geïnteresseerd. Dan ging het meestal over interpretaties van bepaalde gebeurtenissen in de klas, over observaties die hijzelf of anderen, collega's vooral, deden. Theoretische verhandelingen bewaarde hij voor zijn boeken en voor lezingen die hij gaf.

We zullen een voorbeeld geven van Freudenthals interesse in de micro-didactiek. Het wordt beschreven door Jan van den Brink, destijds medewerker van Wiskobas - een afdeling van het IOWO - die tot taak had het reken-wiskundeprogramma van de basisschool te vernieuwen. Het gebeure vindt in de jaren zeventig plaats op de Dr.W. Dreesschool te Arnhem, de ontwerpschool van Wiskobas.

Op een dag - het moet in of omstreeks 1973 geweest zijn - wees Freudenthal me tijdens een les over tellen op een ordinair margarinekuipje, dat in de klas in de vensterbank stond en daar als bloempot dienst deed. Op het kuipje bevonden zich twee figuurtjes, een zonnetje en een maantje, afwisselend, het hele kuipje rond.



figuur 1

Deze 'vaas' werd het startpunt voor een serie uiterst belangrijke onderwijsactiviteiten. Professor Freudenthal wees de klas op het vaasje en vroeg: 'Zijn er meer zonnetjes dan maantjes op de vaas?' En, daarna: 'Hoeveel figuurtjes in totaal?' Natuurlijk kunnen de kinderen niet alle figuurtjes op de vaas zien. De achterkant onttrekt zich immers aan hun waarneming. Dit gegeven nu werd de essentie van een serie activiteiten waarbij het erom ging dat niet zichtbare voorwerpen, voorwerpen die zich niet in het blikveld van de kinderen bevinden, het mathematiseren van de ruimte uitlokken.

Als instapvoorbeeld van Freudenthals 'fundamentele uitgangspunten' kiezen we zijn opvatting over de rol die de realiteit in het reken-wiskundeonderwijs zou moeten spelen. We raken dan aan verschillende belangrijke concepten uit zijn denken, zoals die van het kernconcept van zijn 'didactische fenomenologie'.

Een van zijn grote onderwijskundige werken bevat deze term in de titel: 'Didactische fenomenologie van wiskundige structuren'. Het dateert uit 1984 en bevat voorbeelden van wat hij bedoelt: wiskundige fenomenen als

lengte, natuurlijke getallen, breuken en verhoudingen en evenredigheid worden in een didactische context beschreven.

Op de eerste pagina maakt Freudenthal ons duidelijk wat hij onder 'didactische fenomenologie' verstaat (pag.9):

Onze wiskundige begrippen, structuren, denkbeelden zijn uitgevonden als werktuigen om de verschijnselen van de fysische, sociale, mentale wereld te ordenen. *Fenomenologie* van wiskundige begrippen, structuren, denkbeelden betekent: ze in hun relatie tot de fenomenen te beschrijven waarvoor zij geschapen en waartoe zij uitgebreid werden in het leerproces der mensheid; en voorzover deze beschrijving met het leerproces van de jonge generatie te maken heeft, wordt zij didactische fenomenologie, wegwijzer voor de onderwijsgevende naar de instap van de lerende in het leerproces van de mensheid.

Dit citaat bevat twee interessante begrippen uit Freudenthals 'grote lijn' in zijn denken: het eerste is het idee van de 'geleide heruitvinding', een begrip dat in verschillende bijdragen in deze bundel wordt uitgewerkt. Het tweede is het begrip 'realiteit'. Eerder werd al aange merkt dat Freudenthals kritiek op de 'New Math' deels het gebrek aan realiteitswaarde van die vernieuwing betrof. Hij benadrukt in zijn geschriften vaak dat wiskunde zijns inziens *een dienende rol* heeft. Onderwijs in rekenen-wiskunde moet daarop aansluiten:

Dat wiskunde in de realiteit wordt beoefend en ook zo moet worden onderwezen, is een denkbeeld dat zich in mijn ontwikkeling steeds verder ontplooidde, mede door het besef van de cruciale betekenis van de reflectie. Het is een uitdijende realiteit en hetgeen die realiteit in 'abstracte' sferen doet uitdijen, is de telkens herhaalde reflectie. Wiskunde wordt in de realiteit beoefend, mede om van de weeromstuit die realiteit - dus niet alleen door uitdijen - te beïnvloeden en te veranderen. 'Wiskunde toepassen'- noem je dat als het in heel 'concrete' realiteit geschiedt. Voor het merendeel van wie op school rekenen-wiskunde leren is dit toepassen zelfs het rationale van het wiskunde-onderwijs. (pag.359)

Dit betekent dat Freudenthal de vormende waarde van de wiskunde toen nog nadrukkelijk ontkende. Enkele jaren later schrijft hij echter:

Nu, op het eind van de weg, sla ik de vormende waarde van het wiskunde-leren hoog aan, geweldig hoog (pag.360).

De Moor concludeert in zijn proefschrift over deze ommezwaai van Freudenthal:

We moeten hierbij echter aantekenen dat hij op dat moment

In his autobiography 'Schrijf dat op, Hans; knipsels uit een leven' (1987) Freudenthal, who was a mathematician in his early years, described his personal development as a mathematics educationalist. Which questions can we derive from this book? Can we identify beacons in his growing understanding of educational processes, in which a crucial role is given to observations of children and adult mathematics learners? An important beacon can be found in his work in iowo (1971-1980). Freudenthal participated in the work of this institute in an open and creative way, in which he integrated ideas and proposals from the other members of staff. In this publication, several examples of his work as an educationalist who is deeply involved in the development of mathematics education are worked out, showing us Freudenthal's development.

een geheel ander wiskundeonderwijs - hij dacht aan de realistische aanpak - voor ogen had dan zo'n halve eeuw daarvoor.

'Ja', zegt Freudenthal zelf, 'het komt er op aan wat je wiskunde en wiskunde-onderwijs noemt.'

Deze drie elementen uit 'het ideaal' van Freudenthal, de nadruk op de realiteit, de idee van de geleide heruitvinding en de fenomenologische beschrijving ten behoeve van een didactische uitwerking, werden door ontwikkelaars van het iowo als de bron beschouwd voor het ontwerpen van onderwijsactiviteiten en het uitlijnen van leergangen. Of deze ontwerpen pasten in zijn beeld van reken-wiskundeonderwijs met een open structuur van onderzoeks- en probleemgerichte activiteiten, zag Freudenthal scherp. En daar maakte hij de ontwerpers van 'zijn' iowo op geëigende momenten - bijvoorbeeld in de kadervormingsbijeenkomsten - bewust van. Zoals uit veel bijdragen in deze bundel blijkt, was Freudenthal in die bijeenkomsten op z'n best in de beoordeling van micro-didactische situaties, van observaties en analyses, gedaan met het oog op cognitieve aspecten van het leren van rekenen-wiskunde.

Er is nog zoveel te zeggen over Freudenthals ontwikkeling als wiskunde-onderwijskundige. Veel daarvan is en blijft in deze redactionele inleiding op deze bundel onbesproken. Vanzelfsprekend, want om alles wat Freudenthal heeft aangekaart de revue te laten passeren, is onmogelijk. Vooral omdat de nuancering dan ontbreekt. Juist om die nuancering gaat het immers. Verschillende bijdragen kiezen een verschillende invalshoek, die tot verschillende conclusies kan leiden. Die nuanceringen maken deze bundel bijdragen zo levendig, denken wij. Juist de totaliteit van al die invalshoeken, biedt een interessant beeld van het wiskundig-onderwijskundig denken van professor Hans Freudenthal: meer dan een half leven op weg in een poging om zijn idealen te verwezenlijken.

Hans ter Heege, Tom Goris, Ronald Keijzer & Lidy Wesker

Noten

- 1 De redacteuren zijn de oud-medewerkers van Wiskobas zeer erkentelijk voor de informatie die zij van hen kregen, waardoor deze inleiding kon worden samengesteld en verbeterd.
- 2 Met speciale dank aan Betty Heijman, Nathalie Kuipers, Ank van de Heiden, Ellen Hanepen & Liesbeth Walther voor hun redactionele bijdragen aan deze bundel.